

Aucun document, aucune calculatrice ni aucune autre aide extérieure ne sont autorisés. Toute réponse doit être justifiée. La durée de l'épreuve est de **30 minutes**.

**Exercice 1 :**

1. Calculer l'intégrale de la fonction  $f(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^2}$  le long du chemin  $\gamma: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  défini par  $\gamma(t) = (e^{-t}, 3)$ .
2. Calculer l'intégrale de la fonction  $g(x, y) = y + x^2$  le long du cercle de rayon 2 centré en l'origine parcouru dans le sens horaire.

**Exercice 2 :** On modélise un tourbillon dans l'écoulement d'un fluide à l'aide de champ de vecteurs  $X: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  défini par

$$X(x, y) = \left( \frac{x - y}{1 + x^2 + y^2}, \frac{2x}{1 + x^2 + y^2} \right).$$

1. Représenter graphiquement le champ de vecteurs  $X$  aux points  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(-1, 0)$  et  $(0, -1)$ .
2. Calculer la circulation de  $X$  le long du segment de ligne droite qui va du point  $(0, 0)$  au point  $(1, 0)$ .

Bonne chance!